ватной оценки напряженно-деформированного состояния как самих строительных сооружений, так и взаимодействующего с ними грунта. В настоящей работе разрабатывается методика конечно-элементного расчета водонасыщенной пористой среды, взаимодействующей с деформируемыми конструкциями.

Система вариационных разрешающих уравнений динамической консолидации квазидвухфазных грунтовых сред получена на основе Эйлерова подхода к описанию движения в предположении справедливости принципа эффективных напряжений Терцаги. Закон фильтрации записывается по отношению к разности приведенных скоростей жидкости и скелета грунта в форме Дарси – Герсеванова. Рассмотрен случай квазистатического движения грунтовой среды, когда ускорениями частиц фильтрующей жидкости и скелета грунта можно пренебречь. Расчет проводится на основе изопараметрических квадратичных конечных элементов сплошной среды Сирендипова семейства, в качестве узловых неизвестных которых выбраны декартовые проекции вектора перемещений скелета грунта и поровое давление фильтрующей жидкости.

Реализованы расчетные схемы, позволяющие определять напряженно-деформируемое состояние грунта в случае гидростатического распределения порового давления (установившегося течения грунтовых вод) и в случае квазистатического движения грунта (неустановившегося движения). Для решения задачи динамической консолидации используется конечно-разностная схема по времени типа Кранка – Николсона.

**О. М. Кечина**

*Поволжская государственная*

*социально-гуманитарная академия, г. Самара,*
*otka-83@mail.ru*

# КРАЕВАЯ ЗАДАЧА С НЕЛОКАЛЬНЫМ ПО ВРЕМЕНИ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ

Рассмотрена смешанная задача для уравнения колебаний струны с интегральным условием и показано, что такую задачу можно свести к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Заметим, что ранее в основном исследовались задачи с пространственно-нелокальными условиями [1], [2].

В прямоугольной области $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < l,\, 0 < t < T\}$ рассмотрим уравнение

$$u_{tt} - u_{xx} = 0 \tag{1}$$

и исследуем для него задачу с начальным условием

$$u_t(x,0) = \psi(x), \tag{2}$$

нелокальным условием

$$u(x,0) + \int_0^T u(x,t)dt = h(x) \tag{3}$$

и граничными условиями

$$u(0,t) = 0, \quad u(l,t) = 0. \tag{4}$$

Под классическим решением задачи (1) – (4) будем понимать функцию $u(x,t) \in C^1(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega)$, удовлетворяющую в области $\Omega$ уравнению (1) и условиям (2) – (4).

Пусть $u(x,t)$ – решение задачи. Так как $u(x,t) \in C^1(\bar{\Omega}) \cap$ $\cap\, C^2(\Omega)$, то $u(x,t)$ принимает некоторое значение при $t = 0$. Обозначим

$$u(x,0) = \varphi(x). \tag{5}$$

Решение вспомогательной задачи для уравнения (1) с начальными условиями (5) и (2) и граничными условиями (4), где $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ удовлетворяют условиям согласования $\varphi(0) = 0$, $\varphi(l) = 0$, $\psi(0) = 0$, $\psi(l) = 0$, даётся рядом [3]

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sin\frac{\pi k}{l}x \cdot \left(a_k\frac{2}{l}\cos\frac{\pi k}{l}t + b_k\frac{2}{\pi k}\sin\frac{\pi k}{l}t\right), \tag{6}$$

где

$$a_k = \int_0^l \varphi(\xi)\sin\frac{\pi k}{l}\xi d\xi, \quad b_k = \int_0^l \psi(\xi)\sin\frac{\pi k}{l}\xi d\xi. \tag{7}$$

Вернёмся к решению исходной задачи. Проинтегрируем (6) по $[0,T]$ и учтём условие (3):

$$\varphi(x) + \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\frac{2}{l}\cos\frac{\pi k}{l}t + b_k\frac{2}{\pi k}\sin\frac{\pi k}{l}t\right)\sin\frac{\pi k}{l}xdt = h(x). \tag{8}$$

После преобразований (8) сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода относительно $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) + \int_0^l K(\xi,x)\varphi(\xi)d\xi = H(x), \tag{9}$$

где

$$K(\xi,x) = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{\pi k}\sin\frac{\pi k}{l}x\sin\frac{\pi k}{l}\xi\sin\frac{\pi k}{l}T, \tag{10}$$

а $H(x)$ выражается через известные функции.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пулькина Л. С. *Смешанная задача с интегральным условием для гиперболического уравнения* // Матем. заметки. – 2003. – Т. 74. – № 3. – С. 430–435.

2. Бейлин С. А. *Смешанная задача с интегральным условием для волнового уравнения* // Неклассические уравнения математической физики. Сб. науч. работ. – Новосибирск, 2005. – Т. 35. – С. 37–43.

3. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. *Дифференциальные уравнения математической физики.* – М.: Физматгиз, 1962. – 768 с.

**И. С. Кириллов, М. И. Кузнецов**

*Нижегородский национальный исследовательский университет им. Н. И. Лобачевского,*

*ilya_kirillov@inbox.ru, kuznets-1349@yandex.ru*

## ГРАДУИРОВАННЫЕ АЛГЕБРЫ ЛИ ХАРАКТЕРИСТИКИ 2 С РАЗРЕШИМОЙ КОМПОНЕНТОЙ $L_0$

Согласно [1], классификация простых алгебр Ли абсолютного торального ранга 2 над алгебраически замкнутыми полями характеристики $p = 2$ может быть получена из классификации простых алгебр Ли $\mathfrak{g}$ с разрешимой максимальной подалгеброй $\mathfrak{g}_0$, такой, что $\mathfrak{g}/\mathfrak{g}_0$ – неприводимый $\mathfrak{g}_0$-модуль. Если нильрадикал присоединенного представления $\mathfrak{g}_0$ на $\mathfrak{g}$ нетривиален, то задача сводится к классификации 1-градуированных транзитивных нериводимых алгебр Ли $L = L_{-1} + L_0 + L_1 + \ldots + L_r$ с разрешимой подалгеброй $L_0$. Классификация такого класса алгебр Ли для случая $p > 2$ получена в работе [2]. Более того, в [3] для случая $p > 2$ получено описание всех 1-градиурованных алгебр Ли, таких, что $L_0$ содержит нецентральный радикал. Результат зависит от того, содержит ли